VOL. 1 NO. 4 (2022)

ISSN: 2181-3132

YOSH TADQIQOTCHI JURNALI

2nd Sun

BUZILISH CHIZIG'IGA EGA ELLIPTIK TENGLAMA UCHUN DIRIXLE-NEYMAN CHEGARAVIY MASALASINI YECHIMINING MAVJUDLIGI HAQIDA

Sayfullayeva Shahlo Shavkatovna

Buxoro davlat universiteti, Fizika-matematika fakulteti talabasi

e-mail: sshahlo0309@mail.ru

https://doi.org/10.5281/zenodo.6560856

ANNOTATSIYA

Maqolada ikkita buzilish chizig'iga ega ikkinchi tartibli elliptik tipdagi tenglama uchun Dirixle-Neyman chegaraviy masalasini yechimining mavjudligi isbotlangan. Yechimning mavjudligini isbotlashda ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanilgan.

Kalit so'zlar: elliptik tip, chegaraviy masala, buzilish chizig'i, Grin funksiyasi, ketma-ket yaqinlashish usuli, qator, qatorning yaqinlashishi, gipergeometrik funksiya, integro-differensial tenglama.

ON THE EXISTENCE OF A SOLUTION TO THE BOUNDARY VALUE PROBLEM ELLIPTIC EQUATION WITH A DISTORTION LINE FOR DIRICHLET-NEUMAN

Sayfullayeva Shakhlo Shavkatovna

Student of the Faculty of Physics and Mathematics, Bukhara State University,

e-mail: sshahlo0309@mail.ru

ABSTRACT

The article proves the existence of a solution of the boundary value Dirichlet-Neyman for a second-order elliptic equation with two distortion lines. When proving the existence of a solution, the method of a sequential approach was used.

Keywords: elliptic type, boundary problem, distortion line, Greens function, sequential convergence method, strings, string convergence, hypergeometric function, integro-differential equation.

[1] maqolada ikkita buzilish chizig'iga ega ikkinchi tartibli elliptik tipga tegishli differensial tenglamalar uchun ba'zi chegaraviy masalalar keltirilgan va ushbu tenglamalar uchun qo'yilgan bir qator chegaraviy masalalar tahlil qilingan. Jumladan, quyidagi (1) tenglama uchun Dirixle-Neyman ($\boldsymbol{ND_1}$ masalasi) chegaraviy masalasi keltirilgan:

$$y^m U_{xx} + x^m U_{yy} = 0, \qquad (1)$$

bu yerda $m > 0$.

$\Omega -$ chegaraviy masala qaralayotgan soha bo'lib, $x > 0$ va $y > 0$ da $A(1,0)$ va $B(0,1)$ nuqtalarni tutashtiruvchi normal egri chiziq: $\sigma_0 : x^{2p} + y^{2p} = 1$, $y = 0$ o'qidagi OA va $x = 0$ o'qidagi OB kesma bilan chegaralangan. Quyidagi belgilashlarni kiritib olamiz:

$$I_1 = \{(x,y)\}: 0 < x < 1,\ \ y = 0,$$

$$I_2 = \{(x,y): x = 0,\ \ 0 < y < 1\},$$

$$P = \{(x,y) \in (\overline{\Omega}), -\infty < U, U_x, U_y < +\infty\},$$

$$2p = m + 2,\ \ 2\beta = m/(m+2).$$

Ta'rif. Ω sohada (1) tenglamaning regulyar yechimi deb (1) tenglamani qanoatlantiruvchi $U(x,y) \in C(\overline{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$ hamda $O(0,0)$ va $A(1,0)$, $B(0,1)$ nuqtalardan tashqari $\partial\Omega$ da birinchi tartibli uzluksiz hosilaga ega funksiyaga aytiladi, $O(0,0)$ va $A(1,0)$, $B(0,1)$ nuqtalarda esa mos ravishda birdan kichik va æ tartibli cheksizlikka intilishi mumkin, bu yerda æ $-$ yetarlicha kichik musbat son.

$\boldsymbol{ND_1}$ masalasi. Ω sohada (1) tenglamani quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi regulyar yechimini toping:

$$U(x,y) = \varphi(x,y), \qquad (x,y) \in \sigma,$$

$$U|_{OA} = \tau(x), \qquad (x,0) \in \bar{I}_1,$$

$$\lim_{x\to+0} \frac{\partial U}{\partial x} = \nu(y), \qquad (0,y) \in I_2,$$

ISSN: 2181-3132

bu yerda $\varphi(x,y)$, $\tau(x)$, $\nu(y)$ – berilgan uzluksiz funksiyalar, $\nu(y)$ funksiya $O(0,0)$ va $B(0,1)$ nuqtalarda mos ravishda birdan kichik va æ tartibli cheksizlikka intilishi mumkin, $\varphi(1,0)=\tau(1)$.

Mazkur maqolada

$$y^m U_{xx} + x^m U_{yy} = f\left(x,y,U,U_x,U_y\right), \qquad m>0 \tag{2}$$

kvazichiziqli tenglama uchun yuqorida keltirilgan $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalasining yechimining mavjudligi o'rganiladi.

Aytish joizki, ushbu maqola joriy yilning 26-28 may kunlarida Toshkent Kimyo-texnologiya instituti tomonidan tashkil qilingan «Mexanika va matematikaning amaliy muammolari» Respublika ilmiy-amaliy konferensiyaga taqdim qilingan «Buzilish chizig'iga ega elliptik tenglama uchun ND_1 chegaraviy masalasini yechimining mavjudligi haqida» tezis-maqolani kengaytirilgan varianti hisoblanadi.

Izoh. [2-3] maqolalarda (1) tenglamaning (bitta buzilish chizig'iga ega bo'lgan holi ham hisobga olingan) chiziqli va bir jinsli bo'lmagan holi tahlil qilingan, $f(x,y)$ funksiyani Ω sohasining chegarasida yetarlicha nolga teng bo'lishi talab qilingan. Maqolada asosiy maqsad bir jinsli bo'lmagan (1) chiziqli tenglama uchun $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalasini regulyar yechimini izlash hisoblanadi.

Faraz qilamiz, $f\left(x,y,U,U_x,U_y\right)$ funksiya quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

$$f\left(x,y,U,U_x,U_y\right) = (xy)^{2p+1} f_1\left(x,y,U,U_x,U_y\right),$$

bunda $f_1\left(x,y,U,U_x,U_y\right)$ – funksiya P da uzluksiz va barcha argumentlari bo'yicha birinchi tartibli uzluksiz hosilaga ega hamda σ_0 da $1+\alpha$ tartibli nolga aylansin, $\alpha -$ yetarlicha kichik musbat son va

$$\max_P \left| |f_1|, |f_{1U}|, |f_{1U_x}|, \left|f_{1U_y}\right| \right| \le const.$$

[2-3] maqolalardagi lemmaga asosan (2) tenglama uchun $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalasi ekvivalent ravishda quyidagi integro-differensial tenglamaga keltiriladi:

$$U(x,y) = -\iint_{\Omega} f\left(\xi,\eta,U,U_\xi,U_\eta\right) G_3(\xi,\eta;x,y)\,d\xi d\eta, \tag{3}$$

ISSN: 2181-3132

bunda $G_3(\xi,\eta;x,y)-(1)$ tenglama uchun $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalasini Grin funksiyasi bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega [4]:

$$G_3(\xi,\eta;x,y)=q_3(\xi,\eta;x,y)-(r_0^2)^{-2\beta}q_3(\xi,\eta;\ \bar{x},\bar{y})$$

$$q_3(\xi,\eta;x,y)=k_3\frac{y\eta}{r^2}F_2(1,\beta,1-\beta,2\beta,2-2\beta;\sigma_1,\sigma_2),$$

$$k_3=\left(\frac{2}{p}\right)^2\frac{\Gamma(\beta)\Gamma(1-\beta)}{\Gamma(2\beta)\Gamma(2-2\beta)},$$

$$\sigma_1=\frac{r^2-r_1^2}{r^2},\qquad \sigma_2=\frac{r^2-r_2^2}{r^2},$$

$$r^2=(\xi^p-x^p)^2+(\eta^p-y^p)^2,$$

$$r_{1,2}^2=(\xi^p\mp x^p)^2+(\eta^p\pm y^p)^2,$$

$$r_{3,4}^2=(\xi^p\pm x^p)^2+(\eta^p\pm y^p)^2,$$

$$r_0^2=x^{2p}+y^{2p},\ \ \bar{x}^p=\ x^p/r_0^2\ ,\ \ \bar{y}^p=\frac{y^p}{r_0^2},$$

$F_2(a,b,c,d,e;z_1,z_2)-$ Gaussning ikki o'zgaruvchili gipergeometrik funksiyasi [5, 14 bet].

(2) tenglama bir jinsli bo'lmaganligi uchun umumiylikka zid keltirmagan holda $\tau(x)=\nu(y)=\varphi(x,y)=0$ deb olishimiz mumkin [6-7].

[8] maqolada $G_3(\xi,\eta;x,y)-$ funksiyasi uchun quyidagi baholar keltirilgan:

$$|G_3(\xi,\eta;x,y)|\le C|lns|/\left(r_1^{2\beta}r_2^{2\beta}\right), \tag{4}$$

$$|G_{3x}(\xi,\eta;x,y)|\le C/\left(r_1^{2\beta}r_4\right), \tag{5}$$

$$\left|G_{3y}(\xi,\eta;x,y)\right|\le C/\left(r_2^{2\beta}r_4\right), \tag{6}$$

bunda $C\ =const$ va berilgan funksiya va tenglamaning parametrlariga bog'liq aniq son, yani

$$C\ =\ max(2C_1,\ \frac{\delta^{2-2\beta}}{(1-\delta)^{4-4\beta}}C_1,\ \ 8\,\delta^{-4\beta}C_1),$$

C_1- ning ko'rinishi quyida beriladi, $0<\delta\le 1/4$.

Shunga o'xshash baholar, xususan (1) tenglama uchun Dirixle masalasining Grin funsiyasining bahosi [6] da ham keltirilgan.

Ushbu keltirilganlarga asoslanib, (3) integro-differensial tenglamaning yechimini ketma-ket yaqinlashish usuli orqali izlaymiz.

Nolinchi yaqinlashish uchun $U_0(x,y)=0$ deb qabul qilamiz.

Agar $n-$ yaqinlashish topilgan bo'lsa, $(n+1)-$ yaqinlashishni quyidagi formuladan foydalanib topamiz:

$$U_{n+1}(x,y)=-\iint\limits_{\Omega} G_3(\xi,\eta;x,y)f\left(\xi,\eta,U_n,\frac{\partial U_n}{\partial \xi},\frac{\partial U_n}{\partial \eta}\right)d\xi d\eta \qquad (7).$$

Bundan quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\frac{\partial U_{n+1}(x,y)}{\partial x}=-\iint\limits_{\Omega} G_{3x}(\xi,\eta;x,y)f\left(\xi,\eta,U_n,\frac{\partial U_n}{\partial \xi},\frac{\partial U_n}{\partial \eta}\right)d\xi d\eta, \qquad (8).$$

$$\frac{\partial U_{n+1}(x,y)}{\partial y}=-\iint\limits_{\Omega} G_{3y}(\xi,\eta;x,y)f\left(\xi,\eta,U_n,\frac{\partial U_n}{\partial \xi},\frac{\partial U_n}{\partial \eta}\right)d\xi d\eta, \qquad (9).$$

bu yerda $n=0,1,2,\dots$.

Quyidagi lemma o'rinli.

Lemma. $f(x,y,U,U_x,U_y)-$ yuqorida berilgan shartlarni qanoatlantirsin. U holda quyidagi baholar o'rinli:

$$|U_{n+1}-U_n|\le C_1CM(C_3\bar{N}C)^n,$$

$$\left|\frac{\partial U_{n+1}}{\partial x}-\frac{\partial U_n}{\partial x}\right|\le C_2CM(C_3\bar{N}C)^n,$$

$$\left|\frac{\partial U_{n+1}}{\partial y}-\frac{\partial U_n}{\partial y}\right|\le C_2CM(C_3\bar{N}C)^n,$$

bu yerda

$$n=0,1,\dots,\quad C_1=\frac{2}{p(1-2\varepsilon)},\quad C_2=\frac{16}{p^2},$$

$$C_3 = 3\,max(C_1, C_2),$$

$$M = \left|\max_{\Omega} f_1(x,y,0,0,0)\right|, \quad \bar{N} = \max_{P}\left|\left|f_{1U}\right|, \left|f_{1U_x}\right|, \left|f_{1U_y}\right|\right|.$$

Isbot. $n = 0$ bo'lsin. $f\left(x,y,U,U_x,U_y\right)$ – funksiyaga qo'yilgan shartlar hamda (4-6) ga asosan quyidagilarni topamiz:

$$|U_1 - U_0| \le \iint_{\Omega} |G_{3x}(\xi,\eta;x,y)f(\xi,\eta,0,0,0)|(\xi\eta)^{2p+1}d\xi d\eta \le$$

$$\le CM\iint_{\Omega} \frac{\xi^{2p+1}\eta^{2p+1}}{r_1^{2B}r_2^{2B}r_4^{2\varepsilon}}d\xi d\eta \le$$

$$\le \frac{1}{p}MC\iint_{\Omega} \frac{d\xi d\eta^p}{r_4^{2\varepsilon}}d\xi d\eta \le C_1\,CM. \qquad (10)$$

Shuningdek, (10) tengsizlik va $f\left(x,y,U,U_x,U_y\right)$ funksiyaga qo'yilgan shartlar hamda (4-6) va $|U_1 - U_0|$ uchun topilgan bahodan foydalanib, (8) dan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\left|\frac{\partial U_1}{\partial x} - \frac{\partial U_0}{\partial x}\right| \le \iint_{\Omega} |G_{3x}(\xi,\eta;x,y)f(\xi,\eta,0,0,0)|(\xi\eta)^{2p+1}d\xi d\eta \le$$

$$\le CM\iint_{\Omega} \frac{\xi^{2p+1}\eta^{2p+1}}{r_1^{2B}r_4^{2\varepsilon}}d\xi d\eta \le$$

$$\le \frac{1}{p^2}CM\iint_{\Omega} \frac{d\xi^p d\eta^p}{\sqrt{(\xi^p - x^p)^2 + (\eta^p - y^p)^2}} \le$$

$$\le \frac{1}{p^2}CM\iint_{\Omega} \frac{d\xi^p d\eta^p}{\sqrt{|\xi^p - x^p|}\sqrt{|\eta^p - y^p|}} \le C_2 CM. \qquad (11)$$

Shunga o'xshash tartibda

$$\left|\frac{\partial U_1}{\partial y} - \frac{\partial U_0}{\partial y}\right| \le C_2 CM \qquad (12)$$

ekanligini topamiz.

$n=1$ bo'lsin. $f(x,y,U,U_x,U_y)$ funksiyaga qo'yilgan shartlar, (4)-(7) va (10)-(12) larni inobatga olib (7) dan

$$|U_2-U_1|\le\iint_\Omega\left(|f_{1U}||U_1-U_0|+\left|f_{1U_\xi}\right||U_{1\xi}-U_{0\xi}|+\left|f_{1U_\eta}\right||U_{1\eta}-U_{0\eta}|\right)\cdot$$

$$|G_3(\xi,\eta;x,y)|(\xi\eta)^{2p+1}d\xi d\eta\le$$

$$\le\bar{N}C_3CM\iint_\Omega|G_3(\xi,\eta;x,y)|(\xi\eta)^{2p+1}d\xi d\eta\le$$

$$\le C_3\bar{N}MCC\iint_\Omega\frac{\xi^{2p}\eta^{2p}}{r_1^{2B}r_4^{2\varepsilon}}d\xi d\eta\le C_1CMC_3C\bar{N}$$

bo'lishini topamiz.

Yuqoridagiga o'xshash (4)-(7) va (10)-(12) larni inobatga olib, (8) dan

$$\left|\frac{\partial U_2}{\partial x}-\frac{\partial U_1}{\partial x}\right|\le\iint_\Omega|G_{3x}(\xi,\eta;x,y)|\cdot$$

$$\left(|f_{1U}||U_1-U_0|+\left|f_{1U_\xi}\right||U_{1\xi}-U_{0\xi}|+\left|f_{1U_\eta}\right||U_{1\eta}-U_{0\eta}|\right)(\xi,\eta)^{2p+1}d\xi d\eta\le$$

$$\le C\bar{N}C_3MC\iint_\Omega\frac{\xi^{2p+1}\eta^{2p+1}}{r_1^{2\beta}r_4}d\xi d\eta\le$$

$$\le\frac{1}{p^2}C\bar{N}C_3MC\cdot\iint_\Omega\frac{d\xi^p d\eta^p}{\sqrt{(\xi^p-x^p)^2+(\eta^p-y^p)^2}}\le$$

$$\le C_2CMC_3C\bar{N}$$

ekanligini aniqlaymiz.

Yuqoridagiga o'xshash hisoblashlarni amalga oshirib

$$\left|\frac{\partial U_1}{\partial y}-\frac{\partial U_0}{\partial y}\right| \leq C_2 C M C_3 C \bar{N}$$

bahoga ega bo'lamiz.

Matematik induksiya usulini qo'llab, lemmada keltirilgan baholarni o'rinli ekanligi topamiz:

$$|U_{n+1}-U_n| \leq C_1 C M (C_3 \mathrm{C} \bar{N})^n, \tag{13}$$

$$\left|\frac{\partial U_{n+1}}{\partial x}-\frac{\partial U_n}{\partial x}\right| \leq C_2 C M (C_3 \mathrm{C} \bar{N})^n, \tag{14}$$

$$\left|\frac{\partial U_{n+1}}{\partial y}-\frac{\partial U_n}{\partial y}\right| \leq C_2 C M (C_3 \mathrm{C} \bar{N})^n, n=0,1, \dots . \tag{15}$$

Lemma isbotlandi.

(13)-(15) baholardan

$$U_0+\sum_{n=1}^{\infty}(U_n-U_{n-1}),$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial x}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\partial U_n}{\partial x}-\frac{\partial U_{n-1}}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial y}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\partial U_n}{\partial y}-\frac{\partial U_{n-1}}{\partial y}\right)$$

qatorlarning Ω sohada $\bar{\mathrm{N}}<(\mathrm{C}_3\mathrm{C})^{-1}$ bo'lganda tekis va absolyut yaqinlashuvchi ekanligi kelib chiqadi.

Ushbu olingan natijalardan xulosa qilamizki, (7)-(9) ketma-ketliklarning limit funksiyasi mavjud va $U(x,y)-$ limit funksiya (3) integro-differensial tenglamani qanoatlantiradi.

Shunday qilib, quyidagi teorema isbotlandi.

Teorema. Agar $f(x,y,U,U_x,U_y)$ – funksiyaga yuqorida qo'yilgan shartlar bajarilsa va $\bar{N}<(C_3C)^{-1}$ bo'lsa, u holda (2) tenglama uchun $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalaning yechimi mavjud bo'ladi.

Maqolada (2) tenglama uchun $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalasini yechimining mavjudligi isbotlandi. Lekin, yechimning yagonaligini isbotlash ochiq qolmoqda. Agar (2) tenglama uchun Dirixle masalasi qaralganda edi (bunda, qaralayotgan sohaning chegarasida funksiyaning qiymatlari beriladi), elliptik tenglamalar uchun ekstremum printsipidan foydalanib, yechimning yagona bo'lishi haqidagi teoremani isbotlash mumkin [9] bo'lardi.

Elliptik tenglamalar uchun qo'llaniladigan ekstremum printsipini (2) tenglama uchun qo'yilgan $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalaning yechimini yagonaligini isbotlashda qo'llab bo'lmaydi. Chunki, OB $(I_2 = \{(x, y): x = 0, 0 < y < 1\})$ kesmada funksiyaning qiymati emas, uning hosilasini qiymati

$$\lim_{x\to+0}\frac{\partial U}{\partial x} = \nu(y), \qquad (0, y) \in I_2$$

berilgan.

(2) tenglama uchun $\boldsymbol{ND_1}$ chegaraviy masalaning yechimini yagonaligini isbotlashda elliptik tenglamalar uchun ekstremum prinsipidan foydalansak, $O(0,0)$ va $B(0,1)$ nuqtalarda yechimning yagonaligi masalasi ochiq qoladi. Shuning uchun qaralayotgan masalaning yechimini yagonaligini isbotlashda boshqa usuldan foydalanish lozim bo'ladi.

Ikkinchi tartibli ikkita buzilish chizig'iga ega bo'lgan elliptik, giperbolik va aralash tipga tegishli tenglamalar uchun chegaraviy masalalar o'zbek olimlari akademiklar M.S.Saloxitdinov va T.J.Jo'raevlar hamda ularning o'quvchilari tomonidan chuqur o'rganilgan. Mazkur yo'nalishda olib borilgan ilmiy izlanishlar bo'yicha adabiyotlar ro'yxatini [5] va [10] monografiyalardan topish mumkin. Mazkur yo'nalishda bundan tashqari bir qator ijobiy natijalar olingan [11-29].

Shuning ushbu maqolalarda kvazichiziqli xususiy hosilali tenglamalar uchun qo'yilgan chegaraviy masalalarni o'rganishda keng qo'llaniladigan turli differensial va integral operatorlar tahlil qilingan.

Maqolalarda ikkita buzilish chizig'iga ega ikkinchi tartibli elliptik, giperbolik va aralash tipdagi kvazichiziqli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun bir qator chegaraviy masalalarning yechimining mavjudligi va yagonaligi isbotlangan. Chegaraviy masalalarning yechimini mavjudligini isbotlashda ketma-ket yaqinlashish usuli va Shauder printsipidan foydalanilgan. Yechimning yagonaligini isbotlashda elliptik tenglamalar uchun ekstremum printsipidan va energiya integrali nazariyasidan keng foydalanilgan.

Aytish joizki, chegaraviy masalalarni yechishda ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanilsa, tenglama qaralayotgan soha yoki tenglamaning o'ng tomonidagi funksiya va uning hosilalarining qiymati yetarlicha kichik bo'lishi talab qilinadi. Agar yechimning mavjudligini isbotlashda Shauder prinsipidan foydalanilsa, tenglama qaralayotgan soha yoki tenglamaning o'ng tomonidagi funksiya va hosilalarining qiymatiga chegara qo'yilmaydi. Lekin, berilgan funksiyalarga boshqa shartlar qo'yishga to'g'ri keladi.

[21] maqolani o'rganib chiqsak, qaralayotgan masala ekvivalent bo'lgan Volterra tipidagi integro-differensial tenglamaga keltiriladi. Uni yechishda ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanilsa, tenglama qaralayotgan soha va o'ng tomondagi funksiya va uning hosilalarining qiymatini kichik bo'lishi talab qilinmaydi. Chunki, volterra tipidagi tenglamalarga ketma-ket yaqinlashish usuli qo'llanilsa, integro-differensial tenglamaning chegarasi o'zgaruvchi bo'lganligi hosil qilingan ketma-ketlikning qaralayotgan sohada tekis va absolyut yaqinlashuvchi bo'lishini ta'minlaydi.

[30-33] maqolalarda S.L.Sobolev vaznli fazosida ikkita buzilish chizig'iga ega kvazichiziqli aralash tipdagi tenglamalar uchun Trikomi masalasiga o'xshash o'rganilayotgan chegaraviy masalaning umumlashgan yechimini mavjudligi isbotlangan. Buning uchun birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama kiritilgan va yordamchi chegaraviy masala o'rganilgan. Gyolder va Koshi tengsizliklari, Grin formulalari, Shmidt ortogonallashtirish protsessi hamda Vishik

lemmasidan foydalanib, umumlashgan yechimning mavjudligi isbotlangan.

Tenglamaning xususiy hollari ko'rilib, ayrim hollarda chegaraviy masalaning umumlashgan yechimini S.L.Sobolevning vaznsiz fazosida mavjudligi isbotlangan.

Shu bilan bir qatorda, masalaning yechilishini isbotlash uchun keltirilgan lemma va teoremalarda berilgan funksiya va tenglama qaralayotgan sohaning chegarasiga qo'yilgan shartlarni qanoatlantiruvchi funksiyalarga misollar tuzilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR (REFERENCE)

1. Rasulov X.R. Sayfullayeva Sh.Sh. Buzilish chizig’iga ega bo’lgan elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo’yiladigan chegaraviy masalalar haqida // Science and Education, scientific journal, 3:3 (2022), p.46-54.

2. Sayfullayeva Sh.Sh. Elliptik tenglamalar uchun chegaraviy masalalarning Grin funksiyalari haqida // Journal of new century innovations, 3:3 (2022), 7-18 b.

3. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Ikkita buzilish chizig'iga ega elliptik tenglama uchun chegaraviy masalaning yechimi haqida // Models and methods for increasing the efficiency of innovative research, Germany, 10 (2022), p. 184-186.

4. Менгзияев Б. Некоторые краевые задачи для уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения // Дисс. канд. физ.-мат. наук (Библиотека Математического института АН Республики Узбекистан). Ташкент, 1978.

5. Салахитдинов М.С., Исломов Б.И. Уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения. Ташкент. «Мумтозсуз». 2009. 263 с.

6. Rasulov X.R. (2020). Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Uzbek Mathematical Journal, №3, pp.117-125.

7. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. Москва, Наука, 1970, 294 с.

8. Sayfullayeva Sh.Sh. Elliptik tenglama uchun ND_1masalasi Grin funksiyasining bahosi haqida // Journal of new century innovations, 3:3 (2022), 19-29 b.

9. Расулов Х.Р. (1996). Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №12, с.12-16.

10. Rasulov, X. (2022). Краевые задачи для квазилинейных уравнений смешанного типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).

11. Rasulov, X. (2022). Об одном краевом задаче для квазилинейного уравнения эллиптического типа с двумя линиями вырождения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).

12. Rasulov, R. X. R. (2021). Гиперболик типдаги тенглама учун Коши масаласи. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 7(7).

13. Rasulov X.R. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 149.

14. Салохитдинов М.С., Расулов Х.Р. (1996). Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН Республики Узбекистан, №4, с.3-7.

15. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче для уравнения гиперболического типа // «Комплексный анализ, математическая Физика и нелинейные уравнения» Международная научная конференция Сборник тезисов Башкортостан РФ (оз. Банное, 18 – 22 марта 2019 г.), с.65-66.

16. Rasulov, R. X. R. (2022). О краевых задачах для уравнений эллиптического типа с линией искажения. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 8(8).

17. Расулов Х.Р. О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), pp.77-88.

18. Rasulov Kh.R. (2018). On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek Mathematical Journal, №4, pp.126-131.

19. Rasulov H. Boundary value problem for a quasilinear elliptic equation with two perpendicular line of degeneration // Центр научных публикаций (buxdu. uz) 5:5 (2021).

20. Rasulov Kh.R., Sobirov S.Zh. A problem of the Gellerstedt type for one mixed-type equation with two lines of degeneration // Scientific progress 2:1 (2021), p. 42-48.

21. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа // Ученый XXI века, 53:6-1, 2019. С.16-18.

22. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.

23. Расулов Х.Р. О некоторых символах математического анализа // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), p.66-77.

24. Rasulov Kh.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Analysis of Some Boundary Value Problems for Mixed-Type Equations with Two Lines of Degeneracy // Irish Interdisciplinary Journal of Science & Research (IIJSR), 6:2 (2022), p. 8-14.

25. Rasulov X.R., Sayfullayeva Sh.Sh. Ikkita buzilish chizig'iga ega giperbolik tipdagi tenglama uchun Koshi masalasi haqida // «Zamonaviy ta'lim tizimini rivojlantirish va unga qaratilgan kreativ g'oyalar, takliflar va yechimlar», 35-sonli Respublika ilmiy-amaliy on-line konferensiyasi, 2022, 192-195 b.

26. Расулов Х.Р. Бузилиш чизиғига эга бўлган квазичизиқли аралаш типдаги тенглама учун Трикоми масаласига ўхшаш чегаравий масала ҳақида // Аниқ фанларни касбга йуналтириб ўқитиш муаммолари ва ечимлари, Республика илмий-амалий конференция материаллари тўплами, 2018, Навоий, 14-15 б.

27. Расулов Х.Р. Иккита бузилиш чизиғига эга бўлган аралаш типдаги тенглама учун нолокал масала ҳақида // Аниқ фанларни касбга йуналтириб ўқитиш муаммолари ва ечимлари, Республика илмий-амалий конференция материаллари тўплами, 2018, Навоий, 17-18 б.

28. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче со смещением для линейного уравнения гиперболического типа // Академик Тошмухаммад Ниёзович Кори-Ниёзийнинг хаёти ва ижоди, чет эл олимлари иштирокида илмий-амалий конференция тезислари тўплами, Тошкент, 2017, 84-85 б.

29. Rasulov X.R. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 149.

30. Xaydar R. Rasulov. On the solvability of a boundary value problem for a quasilinear equation of mixed type with two degeneration lines // Journal of Physics: Conference Series 2070 012002 (2021), pp.1–11.

31. Исломов Б., Расулов Х.Р. (1997). Существование обобщенных решений краевой задачи для квазилинейного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // ДАН Республики Узбекистан, №7, с.5-9.

32. Rasulov, H. (2021). «Kompleks analiz» fanida mustaqil ta’limni tashkil qilish. Центр научных публикаций (buxdu.Uz), 5(5).

33. Rasulov X. Boundary value problem in a domain with deviation from the characteristics for one nonlinear equation of a mixed type // Центр научных публикаций (buxdu. uz) 7:7 (2021).